

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

**УТВЕРЖДАЮ**

Заведующий кафедрой  
Математического и прикладного анализа  
А.И. Шашкин  
*подпись, расшифровка подписи*  
23.05.2023 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**  
Б1.О.21 Уравнения математической физики  
*Код и наименование дисциплины в соответствии с учебным планом*

**1. Код и наименование направления подготовки/специальности:**

01.03.02 Прикладная математика и информатика

**2. Профиль подготовки/специализация:** базовая часть (все профили)

**3. Квалификация (степень) выпускника:** Бакалавр

**4. Форма обучения:** очная

**5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:** Математического и прикладного  
анализа

**6. Составители программы:** Ляхов Лев Николаевич, Доктор физико-математических наук,  
профессор

*(ФИО, ученая степень, ученое звание)*

**7. Рекомендована:** НМС факультета 26.05.2023 протокол №7

*(наименование рекомендующей структуры, дата, номер протокола,*

---

*отметки о продлении вносятся вручную)*

**8. Учебный год:** 2023/2024

**Семестр(ы):** 5

**9. Цели и задачи учебной дисциплины:**

Целью дисциплины является выработка у студентов

- 1) углубленного понимания таких фундаментальных понятий как уравнения в частных производных, начальные, краевые и смешанные задачи, с ними связанные,
- 2) умения решать некоторые модельные задачи математической физики,
- 3) переносить эти навыки на более сложные современные задачи математической физики,
- 4) овладение основами математического моделирования процессов в физике и технике.

**10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:**

Дисциплина относится к базовой части учебного плана. Она требует от студентов владение основами математического и комплексного анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии. Кроме того, обучающемуся необходимо обладание культурой мышления, способностью к интеллектуальному, и профессиональному саморазвитию, стремлением к повышению своей квалификации и мастерства, способностью приобретать новые научные и профессиональные знания, используя современные образовательные и информационные технологии, способностью понимать и применять в исследовательской и прикладной деятельности современный математический аппарат, способностью собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным, профессиональным проблемам. Знания, навыки и умения, полученные в рамках настоящей дисциплины, совершенно необходимы для дальнейшего овладения специальными курсами.

**11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):**

Компетенция		Планируемые результаты обучения
Код	Название	
ОПК-1	способностью использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой	<p>знать: основные положения, законы и методы фундаментальной математики и естественно-математических дисциплин для понимания сущности проблемы: основные уравнения математической физики и задачи, с ними связанные.</p> <p>уметь: приводить научные положения и факты для обоснования сущности проблемы определять возможности применения теоретических положений и методов математического анализа для постановки и решения конкретных прикладных задач; решать основные задачи на вычисление пределов функций, их дифференцирование и интегрирование, на вычисление интегралов, на разложение функций в ряды; производить оценку качества полученных решений прикладных задач; использовать алгоритмические приемы решения стандартных задач и выработать способность геометрического видения формального аппарата дисциплины с одной стороны и умение формализовать в терминах дисциплины задачи геометрического и аналитического характера с другой.</p> <p>владеть (иметь навык(и)): современными проблемами естественных наук и математики, стандартными методами и моделями математического анализа и их применением к решению прикладных задач</p>
ПК-2	способностью понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат	<p>Знает: основные положения, законы и методы фундаментальной математики и естественно-математических дисциплин для понимания сущности проблемы.</p> <p>Умеет: приводить научные положения и факты для обоснования сущности проблемы.</p> <p>Владеет: современными проблемами естественных наук и математики.</p>

**12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час.**(в соответствии с учебным планом) — 3/108.

**Форма промежуточной аттестации** зачет.

**13. Виды учебной работы**

Вид учебной работы		Трудоемкость	
		Всего	По семестрам
			5 семестр
Контактная работа		48	48
в том числе:	лекции	32	32
	практические		
	лабораторные	16	16
	курсовая работа		
Самостоятельная работа		60	60
Промежуточная аттестация (для экзамена)			
Итого:		108	108

### 13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
<b>1. Лекции</b>		
1.1	Понятие уравнения в частных производных. Основные уравнения мат.физики и задачи, с ними связанные	Определение уравнения в частных производных. Понятие порядка уравнения. Стационарные и нестационарные уравнения. Эллиптические, гиперболические и параболические уравнения 2-го порядка. Начальные, краевые и смешанные задачи для основных уравнений мат.физики.
1.2	Приведение к каноническому виду уравнений в частных производных 2-го порядка.	Приведение к каноническому виду уравнений с постоянными коэффициентами (случай многих переменных) и с переменными коэффициентами (случай 2-х переменных)
1.3	Вывод основных уравнений мат.физики	Вывод уравнения колебаний струны, волнового уравнения, уравнения теплопроводности и уравнения Пуассона.
1.4	Формулы Грина для оператора Лапласа и следствия из них.	1-я и 2-я формулы Грина для оператора Лапласа. Теорема единственности для внутренней и внешней задачи Неймана. Необходимое условие разрешимости внутренней задачи Неймана..
1.5	Интегральное представление дважды дифференцируемой функции и следствия из неё.	Вывод интегрального представления дважды дифференцируемой функции. Бесконечная дифференцируемость гармонической функции и формула среднего значения. Принцип максимума. Единственность решения внутренней и внешней задачи Дирихле. Теорема Лиувилля
1.6	Метод функции Грина для краевых задач, связанных с уравнением Пуассона	Понятие функции Грина. Функция Грина для внутренних и внешних задач Дирихле и Неймана. Метод отражения. Построение функций Грина в случае полупространства, шара и его внешности. Преобразование Кельвина.
1.7	Метод Фурье для уравнения Пуассона	Понятие задачи Штурма-Лиувилля. Теорема Стеклова. Метод Фурье для задач Дирихле и Неймана в круге, внешности круга, кольце и прямоугольнике..
1.8	Задача Коши для	Формула Даламбера для свободных колебаний

	колебаний бесконечной струны и формула Даламбера.	бесконечной струны. Принцип Дюамеля. Формула Даламбера для вынужденных колебаний бесконечной струны.
1.9	Метод отражения для задачи р колебаниях полуограниченной струны.	Задача о колебаниях полуограниченной струны. Различные типы закреплений левого конца. .
1.10	Метод Фурье для уравнения колебаний ограниченной струны	Смешанная задача о колебаниях ограниченной струны. Различные типы краевых условий..
1.11	Формулы Пуассона и Кирхгофа решения задач Коши для волнового уравнения в 3-х и 2- мерном случае.	Метод сферических средних. Формула .Пуассона. Метод спуска. Формула Кирхгофа.
1.12	Теоремы единственности для волнового уравнения	Интеграл энергии. Теоремы единственности
1.13	Формула Пуассона решения задачи Коши для уравнения теплопроводности	Преобразование Фурье. Вывод формулы Пуассона. .
1.14	Метод Фурье решения смешанной задачи для уравнения теплопроводности	Применение метода Фурье для различных типов краевых условий.
1.15	Элементы современной мат.физики. Понятие обобщённой функции	Обобщённые функции и обобщённые производные. Регулярные и сингулярные обобщённые функции. Дельта-функция Дирака.
1.16	Понятие сверки и фундаментального решения	Свёртка обобщённых функций. Обобщённое решение. Фундаментальное решение. Решение уравнения во всем пространстве.
1.17	Построение фундаментальных решений основных уравнений мат.физики	Фундаментальное решение уравнения Лапласа, теплопроводности и волнового уравнения.
1.18	Применение аппарата обобщённых функций к построению функций Грина в канонических областях	Построение функций Грина для волнового уравнения и уравнения теплопроводности в полупространстве.
<b>2. Практические занятия</b>		
2.1	Понятие уравнения в частных производных. Основные уравнения мат.физики и задачи, с ними связанные	Определение уравнения в частных производных. Понятие порядка уравнения. Стационарные и нестационарные уравнения. Эллиптические, гиперболические и параболические уравнения 2-го порядка. .Начальные, краевые и смешанные задачи для основных уравнений мат.физики.
2.2	Приведение к каноническому виду уравнений в частных производных 2-го порядка.	Приведение к каноническому виду уравнений с постоянными коэффициентами (случай многих переменных) и с переменными .коэффициентами (случай 2-х переменных)
2.3	Вывод основных уравнений мат.физики	Вывод уравнения колебаний струны, волнового уравнения, уравнения теплопроводности и уравнения Пуассона.
2.4	Формулы Грина для оператора Лапласа и следствия из них.	1-я и 2-я формулы Грина для оператора Лапласа. Теорема единственности для внутренней и внешней задачи Неймана. Необходимое условие разрешимости

		внутренней задачи Неймана..
2.5	Интегральное представление дважды дифференцируемой функции и следствия из неё.	Вывод интегрального представления дважды дифференцируемой функции. Бесконечная дифференцируемость гармонической функции и формула среднего значения. Принцип максимума. Единственность решения внутренней и внешней задачи Дирихле. Теорема Лиувилля
2.6	Метод функции Грина для краевых задач, связанных с уравнением Пуассона	Понятие функции Грина. Функция Грина для внутренних и внешних задач Дирихле и Неймана. Метод отражения. Построение функций Грина в случае полупространства, шара и его внешности. Преобразование Кельвина.
2.7	Метод Фурье для уравнения Пуассона	Понятие задачи Штурма-Лиувилля. Теорема Стеклова. Метод Фурье для задач Дирихле и Неймана в круге, внешности круга, кольце и прямоугольнике..
2.8	Задача Коши для колебаний бесконечной струны и формула Даламбера.	Формула Даламбера для свободных колебаний бесконечной струны. Принцип Дюамеля. Формула Даламбера для вынужденных колебаний бесконечной струны.
2.9	Метод отражения для задачи о колебаниях полуограниченной струны.	Задача о колебаниях полуограниченной струны. Различные типы закреплений левого конца. .
2.10	Метод Фурье для уравнения колебаний ограниченной струны	Смешанная задача о колебаниях ограниченной струны. Различные типы краевых условий..
2.11	Формулы Пуассона и Кирхгофа решения задач Коши для волнового уравнения в 3-х и 2-мерном случае.	Метод сферических средних. Формула Пуассона. Метод спуска. Формула Кирхгофа.
2.12	Теоремы единственности для волнового уравнения	Интеграл энергии. Теоремы единственности
2.13	Формула Пуассона решения задачи Коши для уравнения теплопроводности	Преобразование Фурье. Вывод формулы Пуассона. .
2.14	Метод Фурье решения смешанной задачи для уравнения теплопроводности	Применение метода Фурье для различных типов краевых условий.
2.15	Элементы современной мат. физики. Понятие обобщенной функции	Обобщенные функции и обобщенные производные. Регулярные и сингулярные обобщенные функции. Дельта-функция Дирака.
2.16	Понятие сверки и фундаментального решения	Свёртка обобщенных функций. Обобщенное решение. Фундаментальное решение. Решение уравнения во всем пространстве..
2.17	Построение фундаментальных решений основных уравнений мат. физики	Фундаментальное решение уравнения Лапласа, теплопроводности и волнового уравнения.
2.18	Применение аппарата обобщенных функций к построению функций Грина в канонических областях	Построение функций Грина для волнового уравнения и уравнения теплопроводности в полупространстве.
<b>3. Лабораторные работы</b>		

3.1		
3.2		

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (часов)				Всего
		Лекции	Практически	Лабораторны	Самостоятельна	
1.	Понятие уравнения в частных производных. Основные уравнения мат.физики и задачи, с ними связанные.	2	2		4	
2.	Приведение к каноническому виду уравнений в частных производных 2-го порядка.	2	2		4	
3.	Вывод основных уравнений мат.физики.	4	4		4	
4.	Формулы Грина для оператора Лапласа и следствия из них..	4	4		4	
5.	Интегральное представление дважды дифференцируемой функции и следствия из неё..	4	4		4	
6.	Метод функции Грина для краевых задач, связанных с уравнением Пуассона.	4	4		4	
7.	Метод Фурье для уравнения Пуассона.	4	4		4	
8.	Задача Коши для колебаний бесконечной струны и формула Даламбера.	4	4		6	
9.	Метод отражения для задачи р колебаниях полуграниченной струны.	4	4		4	
10.	Метод Фурье для уравнения колебаний ограниченной струны.	4	4		4	
11.	Формулы Пуассона и Кирхгофа решения задач Коши для волнового уравнения в 3-х и 2-мерном случае.	4	4		4	
12.	Теоремы единственности для волнового уравнения.	4	4		4	
13.	Формула Пуассона решения задачи Коши для уравнения теплопроводности	4	4		4	
14.	Метод Фурье решения	4	4		4	

	смешанной задачи для уравнения теплопроводности.					
15.	Элементы современной мат.физики. Понятие обобщённой функции.	4	4		4	
16.	Понятие свертки и фундаментального решения.	4	4		4	
17.	Построение фундаментальных решений основных уравнений мат.физики.	4	4		6	
18.	Применение аппарата обобщённых функций к построению функций Грина в канонических областях.	2	2		4	
	Итого:	66	66		84	

#### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Следует систематически посещать лекционные и семинарские занятия. Материалы этих занятий следует внимательно изучать и регулярно выполнять домашние задания. На занятиях нужно вести себя активно. Для достижения хороших результатов при изучении дисциплины студентам также необходимо самостоятельно разбирать материалы лекций и соответствующие темы в рекомендованных учебниках, ни в коем случае не заменяя их сетевыми ресурсами, формируемыми любыми пользователями сети (Википедия и т.п.).

#### 15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины (список литературы оформляется в соответствии с требованиями ГОСТ и используется общая сквозная нумерация для всех видов источников)

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1.	Тихонов А.Н. Уравнения математической физики / А.Н. Тихонов, А.А. Самарский. М.: МГУ, Наука, 2004 –799 с.
2.	Владимиров В.С.. Сборник задач по уравнениям математической физики / В.С. Владимиров. – М.: Физматлит, 2001. – 288 с.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
1.	Владимиров В.С. Уравнения математической физики / В.С. Владимиров, В.В. Жаринов. – М.: Лань, 2000. –400 с.
2	Сабитов, Камиль Басирович. Уравнения математической физики : Учебное пособие для студ., обуч. по специальностям "Математика", "Прикладная математика и информатика" и "Физика" / К.Б. Сабитов .— М. : Высш. шк. , 2003 .— 254, [1] с. : ил. — Библиогр.: с. 251-252 .— ISBN 5-06-004676-1.
3	Карчевский, Михаил Миронович. Уравнения математической физики. Дополнительные главы. : учебное пособие / М.М. Карчевский, М.Ф. Павлова .— Изд. 2-е, доп. — Санкт-Петербург ; Москва ; Краснодар : Лань, 2016 .— 274 с. — (Учебники для вузов. Специальная литература) .— Библиогр.: с. 271-274 .— Предм. указ.: с. 268-270 .— ISBN 978-5-8114-2133-6.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)\*:

№ п/п	Ресурс
1.	Уравнения математической физики. Введение : курс лекций для вузов / Воронеж. гос. ун-т; сост.: В.З. Мешков [и др.] .— Воронеж : ЛОП ВГУ, 2007 .— 35 с. : ил .— Библиогр.: с.34 .— <URL: <a href="http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/may07055.pdf">http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/may07055.pdf</a> >
2.	Математика. Уравнения математической физики : учебно-методическое пособие

	для вузов / Воронеж. гос. ун-т; сост.: Ю.Б. Савченко, С.А. Ткачева .— Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2007 .— 24 с. : ил. — Библиогр.: с. 24 .— <URL: <a href="http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m07-16.pdf">http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m07-16.pdf</a> >.
3.	Компьютерный практикум по методам математической физики с использованием системы Mathematica. Уравнения в частных производных и интегральные уравнения : учебно-методическое пособие / Воронеж. гос. ун-т; сост.: Д.Л. Дорофеев [и др.] .— Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2008 .— 27 с. : ил .— Библиогр.: с.27 .— <URL: <a href="http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m08-176.pdf">http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m08-176.pdf</a> >.
4.	<u>Уравнения математической физики в системе MAPLE : учебно-методическое пособие : [для студ. 3 к. фак. приклад. математики, информатики и механики направления 010400 - Прикладная математика и информатика; 010500 - Математическое обеспечение и администрирование информ. сетей; 010800 - Механика и мат. моделирование 010300 - Фундамент. информатика и информ. технологии] / М.И. Быкова, С.А. Шашкина ; Воронеж. гос. ун-т .— Воронеж : Издательско-полиграфический центр Воронежского государственного университета, 2012 .— 23 с. : ил.</u> <URL: <a href="http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m12-131.pdf">http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m12-131.pdf</a> >.

**16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы** (учебно-методические рекомендации, пособия, задачки, методические указания по выполнению практических (контрольных) работ и др.)

№ п/п	Источник
1.	Тихонов А.Н. Уравнения математической физики / А.Н. Тихонов, А.А. Самарский. М.: МГУ, Наука, 2004 –799 с.
2.	Владимиров В.С.. Сборник задач по уравнениям математической физики / В.С. Владимиров. – М.: Физматлит, 2001. – 288 с.
3.	Уравнения математической физики. Введение : курс лекций для вузов / Воронеж. гос. ун-т; сост.: В.З. Мешков [и др.] .— Воронеж : ЛОП ВГУ, 2007 .— 35 с. : ил .— Библиогр.: с.34 .— <URL: <a href="http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/may07055.pdf">http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/may07055.pdf</a> >
4.	Математика. Уравнения математической физики : учебно-методическое пособие для вузов / Воронеж. гос. ун-т; сост.: Ю.Б. Савченко, С.А. Ткачева .— Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2007 .— 24 с. : ил. — Библиогр.: с. 24 .— <URL: <a href="http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m07-16.pdf">http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m07-16.pdf</a> >.
5.	Компьютерный практикум по методам математической физики с использованием системы Mathematica. Уравнения в частных производных и интегральные уравнения : учебно-методическое пособие / Воронеж. гос. ун-т; сост.: Д.Л. Дорофеев [и др.] .— Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2008 .— 27 с. : ил .— Библиогр.: с.27 .— <URL: <a href="http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m08-176.pdf">http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m08-176.pdf</a> >.
6.	<u>Уравнения математической физики в системе MAPLE : учебно-методическое пособие : [для студ. 3 к. фак. приклад. математики, информатики и механики направления 010400 - Прикладная математика и информатика; 010500 - Математическое обеспечение и администрирование информ. сетей; 010800 - Механика и мат. моделирование 010300 - Фундамент. информатика и информ. технологии] / М.И. Быкова, С.А. Шашкина ; Воронеж. гос. ун-т .— Воронеж : Издательско-полиграфический центр Воронежского государственного университета, 2012 .— 23 с. : ил.</u> <URL: <a href="http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m12-131.pdf">http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m12-131.pdf</a> >.

**17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы (при необходимости)**

При реализации учебной работы используются следующие образовательные технологии: обсуждение на лекциях теоретических методов, разбор практических задач на практических занятиях, различные формы стимулирования самостоятельной работы студентов.

**18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:**



(при использовании лабораторного оборудования указывать полный перечень, при большом количестве оборудования можно вынести данный раздел в приложение к рабочей программе) переносной проектор, документ-камера.

## 19. Фонд оценочных средств:

### 19.1. Перечень компетенций с указанием этапов формирования и планируемых результатов обучения

Код и содержание компетенции (или ее части)	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенции посредством формирования знаний, умений, навыков)	Этапы формирования компетенции (разделы (темы) дисциплины или модуля и их наименование)	ФОС* (средства оценивания)
ОПК-1 способностью использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой	знать: основные положения, законы и методы фундаментальной математики и естественно-математических дисциплин для понимания сущности проблемы: основные уравнения математической физики и задачи, с ними связанные.	Приведение к каноническому виду уравнений в частных производных 2-го порядка.	Домашняя работа Перечень вопросов Практическое задание
	уметь: приводить научные положения и факты для обоснования сущности проблемы определять возможности применения теоретических положений и методов математического анализа для постановки и решения конкретных прикладных задач; решать основные задачи математической физики; производить оценку качества полученных решений прикладных задач; Владеть: алгоритмическими приемами решения стандартных задач и выработать способность геометрического видения формального аппарата дисциплины с одной стороны и умение формализовать в терминах дисциплины задачи геометрического и аналитического характера с другой.	Метод функции Грина для краевых задач, связанных с уравнением Пуассона. Элементы современной мат. физики. Понятие обобщённой функции	Домашняя работа. Перечень вопросов Практическое задание
ПК-2 способностью понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат	Знать: фундаментальные понятия уравнений в частных производных, начальные, краевые и смешанные задачи, с ними связанные.	Применение аппарата обобщённых функций к построению функций Грина в канонических областях	Домашняя работа. Перечень вопросов Практическое задание
	Уметь: приобретать новые научные и профессиональные знания, используя современные	Метод Фурье решения смешанной задачи для уравнения	Домашняя работа. Перечень вопросов

	образовательные и информационные технологии, способностью понимать и применять в исследовательской и прикладной деятельности современный математический аппарат, способностью собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным, профессиональным проблемам.	теплопроводности	Практическое задание
	Владеть: основами математического моделирования процессов в физике и технике	Элементы современной мат. физики. Понятие обобщённой функции	Домашняя работа. Перечень вопросов Практическое задание
<b>Промежуточная аттестация</b> форма контроля – 2 зачета			КИМ Перечень вопросов Практическое задание

\* В графе «ФОС» в обязательном порядке перечисляются оценочные средства текущей и промежуточной аттестаций.

## 19.2 Описание критериев и шкалы оценивания компетенций (результатов обучения) при промежуточной аттестации

### Пример:

Для оценивания результатов обучения на зачете используется – зачтено, не зачтено  
Соотношение показателей, критериев и шкалы оценивания результатов обучения.

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Правильные ответы на вопросы КИМа, правильно решенная задача, правильные ответы на дополнительные вопросы или неполный ответ на один из вопросов КИМа при наличии полного ответа на другой вопрос, правильно решенная задача, правильные ответы на дополнительные вопросы или полный ответ на один из вопросов КИМа, правильно решенная задача, правильные ответы на дополнительные вопросы	Повышенный уровень	Зачтено
Все случаи, не предусмотренные предыдущим пунктом	–	Не зачтено

## 19.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

### 19.3.1 Перечень вопросов к зачету:

1. Понятие уравнения в частных производных. Основные уравнения мат. физики и задачи, с ними связанные.

2. Приведение к каноническому виду уравнений в частных производных 2-го порядка.
3. Вывод основных уравнений мат.физики.
4. Формулы Грина для оператора Лапласа и следствия из них.
5. Интегральное представление дважды дифференцируемой функции и следствия из неё.
6. Метод функции Грина для краевых задач, связанных с уравнением Пуассона.
7. Метод Фурье для уравнения Пуассона.
8. Задача Коши для колебаний бесконечной струны и формула Даламбера.
9. Метод отражения для задачи о колебаниях полуограниченной струны.
10. Метод Фурье для уравнения колебаний ограниченной струны.
11. Формулы Пуассона и Кирхгофа решения задач Коши для волнового уравнения в 3-х и 2-мерном случае.
12. Теоремы единственности для волнового уравнения.
13. Формула Пуассона решения задачи Коши для уравнения теплопроводности.
14. Метод Фурье решения смешанной задачи для уравнения теплопроводности.
15. Элементы современной мат.физики. Понятие обобщённой функции.
16. Понятие сверки и фундаментального решения.
17. Построение фундаментальных решений основных уравнений мат.физики.
18. Применение аппарата обобщённых функций к построению функций Грина в канонических областях.

### 19.3.2 Перечень практических заданий

Решить задачу Коши для уравнения колебаний бесконечной струны:

$$1. \begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 4 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}; & x \in R, \quad t > 0; \\ u|_{t=0} = \frac{2}{1+x^2}; & \frac{\partial u}{\partial t} \Big|_{t=0} = -8xe^{-x^2}, \quad x \in R. \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 9 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}; & x \in R, \quad t > 0; \\ u|_{t=0} = 2e^{-x^2}; & \frac{\partial u}{\partial t} \Big|_{t=0} = \frac{6}{1+x^2}, \quad x \in R. \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 4 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}; & x \in R, \quad t > 0; \\ u|_{t=0} = \sin x; & \frac{\partial u}{\partial t} \Big|_{t=0} = 2 \cos x, \quad x \in R. \end{cases}$$

Решить внутреннюю задачу Дирихле для уравнения Лапласа в круге  $G = \{0 \leq r \leq R, \theta \in [0; 2\pi]\}$  (здесь  $(r, \theta)$  - полярная система координат в плоскости  $R_{x,y}^2$ )

$$1. \begin{cases} \Delta u = 0; & 0 \leq r < 2, \quad \theta \in [0; 2\pi] \\ u|_{r=2} = 1 - 2 \sin \theta + 4 \cos(2\theta); & \theta \in [0; 2\pi]. \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} \Delta u = 0; & 0 \leq r < 3, \quad \theta \in [0; 2\pi] \\ u|_{r=3} = -2 + 3 \cos \theta - 18 \sin(2\theta); & \theta \in [0; 2\pi]. \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} \Delta u = 0; & 0 \leq r < 1, \quad \theta \in [0; 2\pi] \\ u|_{r=1} = \sin \theta - 2 \cos(2\theta) + \sin(3\theta); & \theta \in [0; 2\pi]. \end{cases}$$

### 19.3.4 Тестовые задания

#### **19.3.4 Перечень заданий для контрольных работ**

#### **19.3.5 Темы курсовых работ**

#### **19.3.6 Темы рефератов**

### **19.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

Оценка знаний, умений и навыков, характеризующая этапы формирования компетенций в рамках изучения дисциплины осуществляется в ходе текущей и промежуточной аттестаций.

Текущая аттестация проводится в соответствии с Положением о текущей аттестации обучающихся по программам высшего образования Воронежского государственного университета. Текущая аттестация проводится в форме(ах): устного опроса; письменных работ (контрольные). Критерии оценивания приведены выше.

Промежуточная аттестация проводится в соответствии с Положением о промежуточной аттестации обучающихся по программам высшего образования.

Контрольно-измерительные материалы промежуточной аттестации включают в себя теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень полученных знаний и/или практическое(ие) задание(я), позволяющее(ие) оценить степень сформированности умений и навыков.

При оценивании используются качественные шкалы оценок. Критерии оценивания приведены выше.